

Prof. dr hab. Andrzej Grudka
Wydział Fizyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, 25 maja 2023

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Piotra Kopszaka
pt. "Multi port-based teleportation - a group theoretic
approach"**

Praca doktorska mgr. Piotra Kopszaka została napisana pod kierunkiem dr. hab. Marka Mozrzymsa, prof. UW. i dr. Michała Studzińskiego. Liczy ona 155 stron. Składa się na nią siedem rozdziałów i jeden dodatek, w którym znajdują się pewne techniczne pojęcia i obliczenia. Wyniki zawarte w pracy zostały opublikowane w czterech pracach kilkuautorskich (jedna praca w Journal of Physics A, dwie w Quantum i jedna w IEEE Transactions on Information Theory). W pracy znajduje się również wyjaśnienie Autora na temat Jego wkładu w te prace. Uważam, że wkład ten jest znaczący.

Rozdział pierwszy jest krótkim wprowadzeniem w tematykę pracy.

W rozdziale drugim Doktorant omawia podstawowe pojęcia kwantowej informacji takie jak stany, kanały, pomiar, stany splątane i miary dystansu. Następnie Autor omawia oryginalny protokół teleportacji kwantowej autorstwa Bennetta i in. Najważniejszą częścią tego rozdziału jest omówienie wieloportowej teleportacji wprowadzonej Hiroshimę i Ishizakę. Autor ładnie motywuje dlaczego wieloportowa teleportacja jest użyteczna. Następnie przedstawia dwa rodzaje takiej teleportacji wraz z wielkościami charakteryzującymi ją. Pierwszy rodzaj to teleportacja deterministyczna. W takim przypadku zakładamy, że teleportacja zawsze się udaje, ale stan nie jest idealnie teleportowany. Wielkością charakteryzującą taką teleportację jest wierność splątania. Drugim rodzajem teleportacji jest teleportacja probabilistyczna. W takim przypadku teleportacja udaje się z pewnym prawdopodobieństwem, ale stan jest teleportowany wiernie. Wielkością charakteryzującą taką teleportację jest prawdopodobieństwo sukcesu. Uważam, że wybór materiału przedstawionego w tym rozdziale jest właściwy i że rozdział ten bardzo ułatwia dalsze czytanie pracy.

Dwa kolejne rozdziały są poświęcone przedstawieniu najważniejszych pojęć teorii grup, a w szczególności grupy symetrycznej, które są wykorzystane w dalszej części pracy. Autor omawia tutaj takie pojęcia jak grupa, charakter, reprezentacja, reprezentacja nieredukowalna, algebra grupowa, diagramy Younga, operatory rzutowe Younga i częściowo zredukowana reprezentacja. Podaje też najważniejsze twierdzenia dotyczące tych pojęć znane wcześniej oraz dowodzi kilku nowych twierdzeń.

Rozdział piąty omawia główny techniczny rezultat tej pracy. Jest to konstrukcja bazy algebry częściowo-transponowanych operatorów permutacji. Wynik ten w dalszej części pracy został wykorzystany do badania "jakości" protokołów wieloportowej teleportacji.

W rozdziale szóstym Doktorant porównuje wielkości charakteryzujące protokoły wieloportowej teleportacji. Najpierw znajduje on dolne ograniczenie na wierność splątania w deterministycznych protokołach. Następnie podejmuje się zadania znalezienia wierności splątania w optymalnym protokole. Zadanie to sprowadza do rozwiązania programu półokreślonego, a następnie rozwiązuje ten program. Na rysunku 6.5 otrzymane wyniki porównuje z wynikami dla standardowego protokołu wieloportowej teleportacji. Widać wyraźnie, że wierność splątania jest dużo większa w optymalnym deterministycznym protokole. W podobny sposób Autor rozwiązuje problem znalezienia prawdopodobieństwa sukcesu w optymalnym probabilistycznym protokole: najpierw sprowadza zadanie do rozwiązania programu półokreślonego, a następnie rozwiązuje ten program. Na rysunku 6.6 porównuje wartości prawdopodobieństwa sukcesu dla optymalnego protokołu i standardowego. Znowu widać, że w protokole optymalnym prawdopodobieństwo sukcesu jest znacznie większe od prawdopodobieństwa sukcesu w protokole standardowym. Na zakończenie tego rozdziału Doktorant dokonuje porównania różnych protokołów w granicy, kiedy liczba teleportowanych qubitów skaluje się w zadany sposób z liczbą portów.

W rozdziale siódmym Autor rozważa protokoły wieloportowej teleportacji z recyklingiem splątania. W protokołach takich stan użyty do teleportacji nie jest wyrzucany po wykonaniu teleportacji, ale jest użyty do wykonania kolejnej teleportacji. Głównymi wynikami tego rozdziału są porównanie wierności recyklingu w deterministycznej i probabilistycznej teleportacji dla różnych protokołów. Wyniki dla teleportacji deterministycznej zostały przedstawione na rysunku 7.2. Widać z niego, że różnice między odpowiednimi wiernościami są niewielkie. Wyniki dla teleportacji probabilistycznej zostały przedstawione na rysunku 7.3. Niestety opis tego rysunku jest dla mnie niejasny. Co znaczy zdanie "The dashed lines correspond to the trace calculated only in the ideal

M.?" Czy Autor mógłby wyjaśnić dokładnie, czemu odpowiadają przerywane i ciągłe linie na wykresie.

Uważam, że praca zawiera wiele nowych i interesujących wyników. W szczególności jestem pod dużym wrażeniem wyników uzyskanych w rozdziale szóstym. Na duże uznanie zasługuje fakt, że wyniki zawarte w pracy Autor uzyskał metodami analitycznymi. Można wysunąć wniosek, że Autor biegle posługuje się metodami z teorii grup i dobrze opanował zaawansowane techniki matematyczne. Struktura pracy z jednym wyjątkiem jest właściwa. Długie rozwiązania problemów są podzielone na części, z których każda dotyczy jasno sformułowanego mniejszego problemu, co bardzo ułatwia lekturę pracy i śledzenie rozwiązania. Wspomnianym wyjątkiem jest brak rozdziału podsumowującego pracę. Mam jeszcze kilka uwag krytycznych. Praca zawiera dużą ilość błędów typograficznych. Niektóre lematy podane są bez dowodu. W takim wypadku przydałby się odnośnik, gdzie dany dowód można znaleźć. Zdanie na stronie 4 "A composite state of two quantum systems is given by the tensor product of respective Hilbert spaces..." nie ma sensu.

Podsumowując stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej Autora do dalszej części postępowania.

Andrzej Grudka