

Uchwała Nr 10/2022
Rady Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
z dnia 28 czerwca 2022 r.

w sprawie wystąpienia z wnioskiem o przyznanie dr. hab. inż. Błażejowi Wróblowi Nagrody Wrocławskiego Oddziału Polskiej Akademii Nauk „Iuvenes Wratislaviae”

Rada Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego podjęła uchwałę o wystąpieniu z wnioskiem o przyznanie dr. hab. inż. Błażejowi Wróblowi Nagrody Wrocławskiego Oddziału Polskiej Akademii Nauk „Iuvenes Wratislaviae”

Uzasadnienie zgłoszenia osiągnięcia „ Niezależność od wymiaru w analizie matematycznej i teorii liczb” dr. hab. inż. Błażeja Wróbla, prof. UWr, do nagrody Iuvenes Wratislaviae Wrocławskiego Oddziału Polskiej Akademii Nauk.

1. Osiągnięcie zgłaszane do nagrody Iuvenes Wratislaviae

Osiągnięciem Błażeja Wróbla zgłaszanych do nagrody Iuvenes Wratislaviae jest cykl 13 prac dotyczących „Niezależności od wymiaru w analizie matematycznej i teorii liczb”. Część z tych prac ([P3]-[P6]) powstała we współpracy ze światowej sławy matematykami: prof. Jean'em Bourgainem i prof. Eliasem M. Steinem. Jean Bourgain to laureat Medalu Fieldsa - odpowiednika nagrody Nobla w matematyce, a także m.in. Google Breakthrough Prize – nagrody przyznawanej przez potentatów internetowych (google, facebook). Natomiast Elias M. Stein jest uważany za ojca współczesnej analizy harmonicznej i był m.in. laureatem nagrody Wolfa oraz amerykańskiego National Medal of Science.

W nowoczesnej analizie matematycznej badacze często pytają o ograniczoność różnych operatorów liniowych lub podliniowych w d-wymiarowej przestrzeni. Zwykle, nawet, gdy badane operatory są ograniczone, nie mamy kontroli nad tym ograniczeniem przy zwiększaniu wymiaru d. W pracach zgłaszanych do nagrody dr. Wróbel i jego współpracownicy pokazali, że w wielu sytuacjach mamy jednak kontrolę nad ograniczeniem badanego operatora gdy wymiar d rośnie. Mówimy wtedy, że występują oszacowania niezależne od wymiaru.

Podobnie, w niektórych problemach teorii liczb istotny jest aspekt zależności od wymiaru. Dla przykładu, zastanówmy się ile jest rozwiązań w liczbach naturalnych równania $x_1^2 + \dots + x_d^2 = N^2$. Zagadnienie to znane jest jako problem Waringa a związane z nim pytania są badane przez matematyków od kilku wieków. Ilość rozwiązań problemu Waringa zależy nie tylko od N ale także od wymiaru d rozważanej przestrzeni. Asymptotyka rozwiązania dla dużych N jest znana od około 100 lat. Nie jest jednak jasne jaki N jest wystarczająco duży w terminach wymiaru d. W zgłaszanych do nagrody pracach dr. Wróbel wraz ze współpracownikami pokazali jak duże N wystarczy aby rozwiązanie problemu Waringa było niezależne od wymiaru d.

Dwa powyższe zagadnienia mogą się wydawać czysto abstrakcyjne. Związane są one jednak z tzw. 'przekleństwem wymiarowości', obecnym w analizie danych i uczeniu maszynowym. Z przekleństwem wymiarowości mamy do czynienia w sytuacji gdy liczba dostępnych danych jest znacznie mniejsza niż wymiar przestrzeni danych. Przez wymiar przestrzeni danych rozumiemy tutaj ilość liczb potrzebną do opisu konkretnego reprezentanta. W reprezentacji RGB piksela wymiarem jest trzy, ponieważ potrzebujemy trzech liczb do opisu koloru konkretnego piksela. Dobrym przykładem sytuacji w której występuje problem z wysoko-wymiarowymi danymi są niektóre zagadnienia biologii związane z badaniami DNA lub RNA. Zauważmy, że na ustalonej pozycji w łańcuchu DNA może występować tylko 1 z czterech nukleotydów. Sam natomiast łańcuch DNA jest bardzo długi, tak więc próbkowanie nawet jednej nici jest skomplikowanym zagadnieniem. Łatwo można tutaj wyobrazić sobie sytuację gdy ilość dostępnych próbek jest o rzędy wielkości mniejsza niż wymiar przestrzeni (długość badanej nici DNA). W tym przypadku dostępne metody analizy danych często nie radzą sobie zbyt dobrze.

Zagadnienia badane przez dr. Wróbla i jego współpracowników, a zwłaszcza metody przez nich wypracowane mogą znaleźć w przyszłości zastosowanie także w tych dziedzinach. Dla przykładu, w pracach **[P3]**, **[W1]** część argumentów oparta była na technice redukcji wymiaru ('dimensionality reduction trick'). W zagadnieniach analizy danych podobna metoda jest także używana i metody z **[P3]**, **[W1]** mogą okazać się pomocne.

2. Opis osiągnięcia zgłaszanego do nagrody *Iuvenes Wratislaviae*

W badaniach dr. Wróbla temat oszacowań niezależnych od wymiaru pojawił się po raz pierwszy w czasie jego doktoratu; w pracy wspólnej z prof. Krzysztofem Stempakiem **[P10]** oraz w samodzielnej pracy **[P9]**. Praca **[P9]** została opublikowana w czasopiśmie *Journal of Functional Analysis* – jednym z najbardziej prestiżowych periodyków z analizy funkcjonalnej. W pracach **[P1,P7,P9,P10]** badane były oszacowania niezależne od wymiaru dla tzw. transformat Riesz. Transformaty Riesz to obiekty, które znajdują zastosowanie m.in. w równaniach różniczkowych cząstkowych. Mianowicie, ograniczoność transformat Riesz tłumaczy się bezpośrednio na nierówności różniczkowe. Co więcej, oszacowanie niezależne od wymiaru dla transformat Riesz implikuje nierówność różniczkową ze stałą, która także nie zależy od wymiaru. Jedną z ważniejszych prac Błażeja Wróbla nad oszacowaniami niezależnymi od wymiaru dla transformat Riesz jest samodzielna praca **[P7]**. Praca ta została opublikowana w prestiżowym *Analysis&PDE*, będącym jednym z najlepszych czasopism specjalistycznych z analizy i równań różniczkowych cząstkowych.

Innym przykładem sytuacji gdy mamy do czynienia z niezależnością od wymiaru są rachunki funkcyjne dla par komutujących operatorów. Zagadnienie to, przy założeniu, że każdy z tych operatorów generuje półgrupę Markowa, było przez Błażeja Wróbla poruszone w samodzielnej pracy **[P8]**. Okazuje się, że w tym kontekście norma operatora skonstruowanego przez rachunki funkcyjne zależy tylko od funkcji holomorficzej, która działa na parze operatorów, ale nie zależy od przestrzeni na której działają te operatory. W szczególności norma ta nie zależy od wymiaru.

W ostatnich latach dr Wróbel we współpracy z prof. Jeanem Bourgainem, dr hab. Mariuszem Mirkiem i prof. Eliasem M. Steinem podjął badania oszacowań niezależnych od wymiaru dla operatorów średniujących. W pracy **[P6]** uzyskano szereg nowych wyników dotyczących niezależności od wymiaru L_p -tych norm związanych z operatorami średniującymi Hardy'ego-Littlewooda zdefiniowanymi dla symetrycznych ciał wypukłych w wysokowymiarowych przestrzeniach Euklidesowych.

Wysiłki autorów **[P6]** rzuciły zupełnie nowe światło na hipotezę o niezależności od wymiaru norm L_p funkcji maksymalnych Hardy'ego-Littlewooda związanych ze zbiorami wypukłymi. Hipoteza ta pojawiła się w połowie lat 80 i do tej pory nie została udowodniona. Warto dodać, że częściowe rozwiązanie tego zagadnienia było jednym z powodów przyznania w 1994 J. Bourgain medalu Fieldsa. Wyniki pracy **[P6]** pozwalają zredukować zagadnienie niezależności od wymiaru funkcji maksymalnych na wszystkich przestrzeniach L_p , $p > 1$, do ograniczoności obiektu znacznie prostszego - różnicy operatorów średniujących. Postęp dokonany w **[P6]** został zauważony w świecie matematycznym. Terrence Tao (laureat medalu Fieldsa w 2004 roku, jeden z najwybitniejszych współczesnych matematyków) wspomina o pracy **[P6]** na swoim blogu, pisząc, że jest to przełom.

Z drugiej strony metody zapoczątkowane w **[P6]**, pozwoliły badać zagadnienia do niedawna nieosiągalne - niezależność od wymiaru L_p -tych norm w przestrzeniach dyskretnych. Praca **[P6]** została opublikowana w prestiżowym (GAFA) *Geometric and Functional Analysis*, które jest uważane za najlepsze czasopismo publikujące prace z nowoczesnej analizy funkcjonalnej i geometrii. Wspólne badania Błażeja Wróbla z J. Bourgainem, M. Mirkiem i E.M. Steinem były kontynuowane w pracach **[P3]-[P5]**. Praca **[P5]** została opublikowana w *American Journal of Mathematics* – najstarszym amerykańskim czasopiśmie matematycznym. Zawarte w niej wyniki to pierwszy przypadek oszacowań niezależnych od wymiaru dla operatorów średniujących na przestrzeniach dyskretnych. Natomiast w pracy **[P3]** autorzy otrzymali pierwsze oszacowania niezależne od wymiaru dla operatorów średniujących zdefiniowanych dla dyskretnych kul Euklidesowych. Pytania o takie oszacowanie zostało postawione przez E. Steina ponad 25 lat temu i do tej pory pozostaje bez odpowiedzi. Tak więc **[P3]** jest pracą przełomową w kontekście pytania Steina i pozwala mieć nadzieję na pozytywną odpowiedź. W **[P3]** kluczowe znaczenie mają argumenty kombinatoryczne i probabilistyczne w wysokich wymiarach. Dodatkowo praca **[P3]** uwypukla związek problemu dyskretnych oszacowań niezależnych od wymiaru z problemami wysoko wymiarowej teorii liczb.

Mimo, że J. Bourgain i E. Stein odeszli pod koniec 2018 roku, to badania zapoczątkowane we współpracy z nimi są kontynuowane przez B. Wróbla z M. Mirkiem. Do tych badań dołączyli ostatnio młodzi matematycy z Wrocławia: dr Dariusz Kosz, dr Paweł Plewa, dr Tomasz Z. Szarek. Ich współpraca zaowocowała już jednym artykułem [P2] (przyjętym do publikacji w Israel Journal of Mathematics) i jednym preprintem [W1]. W pracy [P2] wspólnej z D. Koszem, M. Mirkiem i P. Plewą autorzy zbadali zależności między normami dyskretnych operatorów maksymalnych i ich ciągłych odpowiedników. Wyniki [P2] potwierdzają, że normy operatorów dyskretnych są zawsze większe. Tak więc badanie oszacowań niezależnych od wymiaru jest w ich przypadku trudniejsze. W preprincie [W1] wspólnym z M. Mirkiem i T. Z. Szarkiem autorzy badali zagadnienie niezależności od wymiaru dla funkcji maksymalnych związanych z dyskretnymi średnimi sferycznymi. Główny wynik [W1] może także być rozpatrywany jako kolejny krok w kierunku odpowiedzi na pytanie Steina.

Zarówno praca [W1] jak i tegoroczny preprint dr. Wróbla [W2] (wspólny z dr. Jarosławem Mirkiem i mgr. Wojciechem Słomianem) są związane z zagadnieniami teorii liczb wokół problemu Waringa. Istotną częścią obu tych prac jest znalezienie zakresu promieni rozważanych kul, przy których rozwiązanie odpowiedniego problemu Waringa nie zależy od wymiaru. Ważną rolę pełni tutaj metoda łuków Hardy'ego-Littlewooda będąca jednym z podstawowych narzędzi w addytywnej analitycznej teorii liczb.

Niedawno, w pracy [P1] wspólnej ze swoim doktorantem mgr. Maciejem Kucharskim, B. Wróbel udowodnił pierwsze oszacowania niezależne od wymiaru dla funkcji maksymalnej przyciętej transformaty Riesz. Wynik ten został uzyskany przez ciekawe połączenie metod wypracowanych w jego wcześniejszych badaniach i będzie stanowił integralną część rozprawy doktorskiej mgr. Kucharskiego. Praca [P1] została przyjęta do publikacji w jednym z najbardziej prestiżowych niemieckich czasopism matematycznych – *Mathematische Annalen*. Wspólne z M. Kucharskim badania transformat Riesz są także treścią pracy [W3], wysłanej do publikacji w marcu 2022.

3. Sylwetka naukowa dr. hab. inż. Błażej Wróbla

Błażej Wróbel obronił z wyróżnieniem doktorat na Uniwersytecie Wrocławskim w czerwcu 2014. Równolegle, w ramach umowy co-tutelle obronił doktorat w Scuola Normale Superiore, Piza. Promotorami jego rozprawy byli prof. Krzysztof Stempak i prof. Fulvio Ricci. W czasie studiów doktoranckich z matematyki na Uniwersytecie Wrocławskim i Scuola Normale Superior pracował nad pytaniami z analizy harmonicznej, głównie związanymi z teorią mnożników spektralnych. Analiza harmoniczna jest jedną z gałęzi współczesnej matematyki mających fundamentalne znaczenie dla rozwoju wielu technologii których używamy na co dzień; m.in. w medycynie (rentgenografia, tomografia komputerowa), w kompresji danych (pliki mp3, format .jpg), a także w podpisie elektronicznym. Teoria mnożników spektralnych bada możliwości i sens rozszerzenia twierdzenia spektralnego poza kontekst przestrzeni Hilberta np. na przestrzenie L_p .

Lata 2015-2016 Błażej Wróbel spędził na posadzie Post-Doc (assegnista di ricerca) na Uniwersytecie w Mediolanie Bicocca pracując pod kierunkiem prof. Stefano Medy. Następnie w latach 2016-2018 pracował na stanowisku Post-Doc (Hausdorff postdoc) na Uniwersytecie w Bonn pod kierunkiem prof. Christopha Thiele. W czerwcu 2019 obronił habilitację na Uniwersytecie Wrocławskim. W pracach wchodzących w skład jego habilitacji zajmował się problemami rachunków funkcyjnych. Okazuje się, że rozwiązania wielu problemów matematycznych mają postać funkcji, których argumentami są operatory. Dzieje się tak często w równaniach różniczkowych cząstkowych. Rachunki funkcyjne to dział na pograniczu analizy harmonicznej i teorii operatorów w którym bada się sens i zachowanie wyrażeń typu funkcja od operatora. Teoria operatorów to jeden z podstawowych i wciąż żywo rozwijanych działów analizy funkcjonalnej, wyrosły z badań Stefana Banacha i Lwowskiej Szkoły Matematycznej.

Błażej Wróbel za swoją działalność naukową był wyróżniany licznymi prestiżowymi nagrodami i stypendiami. Do najważniejszych z nich należą:

1. Stypendium dla wybitnych młodych naukowców MNiSW, 10.2018-09.2021
2. HCM Postdoctoral Research Fellowship na Uniwersytecie w Bonn, 2016-2018.
3. Postdoctoral Research Fellowship na Uniwersytecie Mediolan-Bicocca, 2015-2016.

4. Nagroda Prezesa Rady Ministrów za rozprawę doktorską 2015.
5. Nagroda Polskiego Towarzystwa Matematycznego dla Młodych Matematyków 2015
6. Stypendium START Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej, 2015.
7. Stypendium dla młodych doktorów w programie: "Rozwój potencjału i oferty edukacyjnej Uniwersytetu Wrocławskiego szansą zwiększenia konkurencyjności uczelni" 2014.
8. Stypendium im. Hugona Steinhausa Rady Miejskiej Wrocławia, 2011/2012.

Dr Wróbel był także kierownikiem w dwóch projektach badawczych Narodowego Centrum Nauki: Preludium (2011-2013) oraz Sonata (2015-2019). Obecnie jest kierownikiem projektów badawczych Opus (2019-2022) oraz Preludium Bis (2020-2024).

Od ubiegłego roku Błażej Wróbel jest promotorem mgr. Macieja Kucharskiego, który realizuje projekt badawczy w ramach konkursu Preludium Bis.

Będąc 8 lat po doktoracie jest autorem 23 prac opublikowanych lub przyjętych do publikacji oraz 3 preprintów. Większość jego prac została opublikowana w dobrych i bardzo dobrych czasopismach matematycznych a kilka z nich w najlepszych czasopismach specjalistycznych (Analysis & PDE, Geometric and Functional Analysis (GAFA), Journal of Functional Analysis).

Dziekan
Prof. dr hab. Tomasz Jurdziński