Streszczenie

W rozprawie przeanalizowano istnienie oraz stabilność niestałych rozwiązań stacjonarnych w modelach wywodzących się z biologii matematycznej. Zbadane zostały dwa typy modeli: równania nielokalne oraz zdegenerowane układy reakcji-dyfuzji.

W pierwszej części rozprawy pokazano istnienie niestałych rozwiązań stacjonarnych w nieliniowym i nielokalnym równaniu tworzenia się wzorów. Model ten został zaproponowany przez japońskiego biologa S. Kondo do wyjaśnienia mechanizmu tworzenia się wzorów na powierzchni ryby akwariowych Poeciliareticulata. Za pomocą technik perturbacyjnych oraz punktu stałego udowodniono istnienie dwóch typów rozwiązań stacjonarnych. Otrzymane wyniki poparte zostały symulacjami numerycznymi dla różnych parametrów modelu.

Druga część rozprawy poświęcona jest zbadaniu jednorodnych zdegenerowanych układów reakcji-dyfuzji. W takich systemach równanie reakcji-dyfuzji jest skojarzone z układem równań zwyczajnych. Modele tego typu używane są do opisu procesów wywodzących się z między innymi z biologii, chemii oraz ekologii. W pracy przeanalizowano istnienie oraz stabilność dwóch typów rozwiązań stacjonarnych: regularnych oraz skokowo-nieciągłych.

Rozwiązania regularne, w których dyfundujące i niedyfundujące składowe zależą od siebie w sposób ciągły, zostają skonstruowane za pomocą metod perturbacyjnych. Głównym wynikiem dotyczących tej klasy rozwiązań jest pokazanie niestabilności wszystkich rozwiązań regularnych. W kolejnej części skonstruowane zostają rozwiązania nieciągłe jako skokowe zaburzenie punktów stacjonarnych. W pewnych okolicznościach rozwiązania te mogą być stabilne. W pracy podane zostają warunki wystarczające do otrzymania liniowej oraz nieliniowej stabilności. Ze względu na specyfikę zdegenerowanych układów reakcji-dyfuzji, nieliniowa stabilność nie jest bezpośrednią konsekwencją liniowej stabilności, lecz konieczne jest przyjęcie dodatkowych założeń.

W ostatniej część przedstawione są przykłady zdegenerowanych układów reakcji-dyfuzji z klasycznymi nieliniowościami. Na podstawie rozwiniętej teorii skonstruowane zostają różne typ rozwiązań stacjonarnych oraz rozstrzygnięta zostaje ich stabilność.